ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 8 AOUT 1932.

PRÉSIDENCE DE M. Émile ROUX.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** annonce à l'Académie qu'à l'occasion des fêtes de l'Assomption la prochaine séance hebdomadaire aura lieu le mercredi 17 août au lieu du lundi 15.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Sur la formule de constitution du laccol.* Note de MM. Gabriel Bertrand et Georges Brooks.

Les latex qui servent à la fabrication des précieux objets de laque de l'Extrême-Orient proviennent de plusieurs espèces d'arbres de l'ordre des Anacardiacées, principalement : en Chine et au Japon de *Rhus vernicifera* D. C., en Indochine de *Rhus succedanea* L. fils.

La composition chimique du latex de *Rhus vernicifera* a été étudiée la première. En 1882, S. Ishimatsu a séparé de cette sécrétion près de 60 pour 100 d'une substance oléagineuse soluble dans l'alcool, 6,5 pour 100 de gomme et 33,5 pour 100 d'eau. A la substance soluble dans l'alcool et précipitable par l'acétate de plomb il a donné, d'après l'analyse du composé plombique, la formule brute C[illegible]H[illegible]O[illegible] (¹). Cette étude a été reprise l'année suivante par H. Yoshida et par O. Korschelt. Selon ces deux chimistes, la substance principale du latex serait de caractère acide et de formule $C^{14}H^{18}O^{2}$. Yoshida l'a appelée acide urushique (²); il a observé, en outre,

---

(¹) *Mem. of Manchester literary and philosophical Soc.*, 3e série, [illegible], 1882, p. [illegible].

(²) Du nom *urushi* du latex de l'arbre à laque au Japon.

que la transformation du latex en laque était sous la dépendance d'une diastase ([1]),

Le latex de *Rhus succedanea* a été examiné un peu plus tard. En 1894, l'un de nous, opérant sur le produit de l'arbre à laque du Tonkin, lui a trouvé une composition très voisine de celui du Japon, mais a reconnu que le liquide oléagineux était un polyphénol et non un acide, d'où le nom de laccol qu'il lui a donné. Quant à la diastase, il a réussi à démontrer qu'elle appartenait à un nouveau type de catalyseurs biologiques, celui des oxydases, et il l'a appelée laccase. Obligé de surseoir à l'étude du laccol, dont il ne pouvait supporter que péniblement les propriétés irritantes, il a du moins mis en évidence, par diverses recherches, que les hydroxyles phénoliques du laccol étaient en situation ortho ou para et que la transformation du latex en laque correspondait à la production d'une sorte de quinone, probablement même de quinone condensée ([2]).

Pour définir d'une manière plus précise le mécanisme de formation des laques végétales et faciliter l'étude des problèmes qui s'y rattachent, il était nécessaire de compléter l'étude de la constitution de l'acide urushique et du laccol. R. Majima, seul ou avec ses collaborateurs, a publié à ce sujet, de 1907 à 1922, une longue et très intéressante série de recherches ([3]). Majima a surtout examiné le principal constituant de l'urushi. Il a constaté, tout d'abord, que c'était, comme dans le cas de l'arbre à laque du Tonkin, non pas un acide mais un polyphénol : l'acide urushique est devenu ainsi l'urushiol. Il y a dans ce corps deux hydroxyles phénoliques situés en position ortho et une longue chaîne latérale d'hydrocarbure non saturé. Majima suppose l'existence dans cette chaîne de deux liaisons éthyléniques dont les places sont encore à déterminer. Après avoir hésité entre une chaîne en C^{15} et une chaîne en C^{16}, il a proposé finalement de représenter l'urushiol par la formule suivante :

```
            CH
    CH⟋        ⟍C—C¹⁵H²⁷
    |            |          =  C²¹H³²O².
    CH⟍        ⟋C—OH
          C—OH
```

$$C_6H_2(OH)_2(C^{15}H^{27}) = C^{21}H^{32}O^2.$$

([1]) H. Yoshida, *Journ. chem. Soc.*, **43**, 1883, p. 472; H. Yoshida et O. Korschelt, *Trans. As. Soc. Japan*, **12**, 1883, p. 182.

([2]) Gab. Bertrand, *Comptes rendus*, **118**, 1894, p. 1215; **120**, 1895, p. 266; **122**, 1896, p. 1132; **137**, 1903, p. 1269; *Ann. Chim. Phys.*, 7e série, **12**, 1897, p. 115, etc.

([3]) Dans les *Ber. d. d. chem. Ges.*, et rassemblées dans *Untersuchungen über den Japanlack*, Tokyo, 1924.

Le même savant a examiné aussi, mais d'une manière moins approfondie, un échantillon de latex d'Indochine. D'après lui, le laccol qui s'y rencontre serait un homologue supérieur de l'urushiol avec la formule de constitution

$$\begin{array}{c} \text{CH} \\ \text{CH}\diagup\quad\diagdown\text{C—C}^{17}\text{H}^{31} \\ | \qquad\quad | \\ \text{CH}\diagdown\quad\diagup\text{C—OH} \\ \text{C—OH} \end{array} = C^{23}H^{36}O^{2}.$$

Des circonstances nous ayant permis de reprendre l'étude du laccol, nous avons obtenu des résultats qui ne concordent pas entièrement avec la formule proposée par Majima (¹). D'après nos expériences, le laccol, que nous sommes parvenus à obtenir pour la première fois à l'état cristallisé, fusible à +23°, ne renfermerait qu'une chaîne latérale à 16^{at} de carbone et aurait ainsi pour formule

$$\begin{array}{c} \text{CH} \\ \text{CH}\diagup\quad\diagdown\text{C—C}^{16}\text{H}^{29} \\ | \qquad\quad | \\ \text{CH}\diagdown\quad\diagup\text{C—OH} \\ \text{C—OH} \end{array} = C^{22}H^{34}O^{2}.$$

Cette conclusion repose sur les propriétés et l'analyse de divers composés et, particulièrement, de dérivés relativement simples du laccol, d'une bonne stabilité, aisément cristallisables, et pouvant être amenés à l'état de pureté complète : nous voulons dire les esters diacétique et dipropionique du tétrahydrolaccol.

Pour obtenir ces dérivés, on fixe d'abord deux molécules d'hydrogène à froid, par catalyse à l'aide du noir de platine, sur le laccol en solution alcoolique (²). Le tétrahydrolaccol résultant est séparé par distillation fractionnée dans le vide, recristallisé dans le xylène, puis estérifié par chauffage, à la pression ordinaire, avec un excès d'anhydride acétique ou de chlorure de propionyle. L'ester acétique est purifié enfin par fraction-

---

(¹) Cette discordance est explicable par les difficultés du problème à résoudre : le laccol est pour la plupart des personnes très pénible à manier, il s'oxyde assez rapidement dès la température ordinaire, supporte mal l'action de la chaleur et ne présente qu'un petit nombre de caractères permettant de le séparer des substances qui l'accompagnent; enfin, la grandeur de sa molécule atténue sensiblement la valeur des résultats de l'analyse élémentaire.

(²) On trouvera les détails dans une autre publication.

nement dans l'alcool méthylique jusqu'à solubilité constante. Pour l'ester propionique on emploie l'alcool absolu.

Voici, à titre d'exemple, les principales données quantitatives rassemblées sur l'ester diacétique, corps relativement facile à obtenir à l'état pur et que l'on peut considérer comme un véritable dérivé de référence pour l'identification du laccol :

Solubilité à $+18^{\circ}$-19°, dans l'alcool méthylique à 98 pour 100 : $0^{g},24$ pour 100^{cm^3}.

Point de fusion, au tube capillaire : $57^{\circ},6$ corrigé.

Poids moléculaire, par cryoscopie dans le phénol : trouvé, 413, 414 et 426; calculé, 418.

Analyse élémentaire :

	Carbone.	Hydrogène.
Trouvé	74,20	10,60
	74,02	10,32
	73,99	10,23
	74,26	10,22
Calculé	74,64	10,05

Indice d'acétyle : trouvé, 28,15, 28,48 et 28,66; calculé, 28,70.

Ainsi, le lacool s'apparente à la fois à deux substances très répandues dans les organismes vivants : au pyrocatéchol, par son noyau cyclique, et à l'acide palmitique, par sa chaîne latérale.

MÉTÉOROLOGIE. — *La fluctuation du climat arctique.* Note de M. J. Schokalsky.

Durant le voyage mémorable du *Fram*, Nansen a trouvé la Mer Arctique en 1853-1856 assez froide dans les couches supérieures, l'isothermobate zéro étant à la profondeur de 200^{m} environ.

Durant son voyage en 1899 sur le brise-glace le *Erneak*, M. S. O. Makarov observa au nord du Spitsberg et entre l'archipel François-Joseph et la Novaia Zembia que l'isothermobate zéro se trouvait de même à 200^{m} de profondeur.

Actuellement les travaux de l'Institut océanographique de Moscou (MM. Zoubov et Sokolov) ont prouvé qu'entre le Spitsberg et l'Archipel François-Joseph (à la latitude 81° N) et entre l'Archipel François-Joseph et la Novaia Zemlia, l'isothermobate zéro se trouve actuellement à la profondeur de 50 à 70^{m} environ, selon l'endroit.

Cela prouve que durant les 30 dernières années le courant atlantique (le Gulf-Stream) a transporté une énorme masse d'eaux chaudes dans le bassin polaire, suffisante pour élever l'isothermobate zéro de plus de 100^m.

L'expédition des États-Unis sur le bateau *Marion* dans la Mer de Baffin en 1928 constata de même que l'eau de ces parages était chauffée de quelques degrés au-dessus de la normale.

Ainsi nous traversons un temps d'amélioration du climat polaire, ce qui est bien propice aux travaux de la seconde Année polaire internationale.

CORRESPONDANCE.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Quelques propriétés des fonctions polyharmoniques en corrélation avec certaines propriétés des polynomes.* Note [1] de M. N. **Cioranesco.**

1. Si la fonction continue $f(x)$ satisfait à la relation

$$\int_a^b f(x)\,dx = 0,$$

il existe au moins un zéro de $f(x)$ dans (a, b). La détermination, pour certaines classes de fonctions, d'un intervalle concentrique (a', b') contenant un zéro de $f(x)$, a fait récemment l'objet de nombreuses recherches [2].

Le nombre $0 < \theta_m < 1$ indépendant de (a, b), défini par $b' - a' = \theta_m(b - a)$, s'appelle le coefficient de contraction de la classe de fonctions pour laquelle la proposition est valable. Certaines propriétés de moyennes des fonctions polyharmoniques, des équations aux dérivées partielles

$$\Delta(\Delta u) = \Delta^{(2)} u = 0, \qquad \Delta^{(3)} u = 0, \qquad \ldots,$$

Δu étant le laplacien de u, nous permettront d'étendre les résultats aux fonctions de plusieurs variables.

---

(1) Séance du 20 juin 1932.

(2) Nous nous contentons de citer ici les travaux de MM. Paul Montel, *Sur les zéros des dérivées des fonctions analytiques* (*Bulletin de la Soc. math. de France*, 58, 1931, p. 105); L. Tchakaloff, *Sur le théorème des accroissements finis* (*Comptes rendus*, 192, 1931, p. 32).

2. Soit $f(M)$ une fonction à ν variables, définie dans un domaine D de l'espace E_ν. Désignons par $\mathfrak{M}_s[u(M); r]$ et $\mathfrak{M}_p[u(M); r]$ les moyennes spatiales et périphériques de $f(P)$, c'est-à-dire dans et sur l'hypersphère de centre M et de rayon r. Si la fonction $f(P)$ est analytique dans D, on peut montrer [1] facilement que l'on a

$$(1)\qquad \mathfrak{M}_s[f(M); r] = f(M) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{r^{2n}}{2^n n!(2+\nu)\ldots(2n+\nu)}(\Delta^{n} f)_M,$$

$$(2)\qquad \mathfrak{M}_p[f(M); r] = f(M) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{r^{2n}}{2^n n!\,\nu(2+\nu)\ldots(2n-2+\nu)}(\Delta^{(n)} f)_M.$$

Proposons-nous de trouver les fonctions $U(M)$, analytiques dans D, qui satisfont pour tout M et $r \leqq \rho(M) > 0$, à l'équation fonctionnelle

$$(3)\qquad \mathfrak{M}_s[U(M); r] = k_1 U(M) + k_2 \mathfrak{M}_p[U(M); \lambda r].$$

A l'aide des formules (1) et (2) on arrive aux résultats suivants :

a. $k_1 + k_2 = 1$. Les solutions les plus générales sont les fonctions harmoniques. On obtient en particulier le théorème de Gauss, qui montre que si $\mathfrak{M}_s[U(M); R] = 0$, on a $U(M) = 0$ et par conséquent le coefficient de contraction est zéro pour ces fonctions.

b. $k_1 + k_2 = 1$; $\lambda^2 k_2 = \nu/\nu + 2$. Dans ce cas, les solutions les plus générales de l'équation (3) sont les fonctions biharmoniquet $\Delta^{(2)} U = 0$. Elles satisfont au théorème de la moyenne :

$$(3')\qquad (\nu+2)\lambda^2 \mathfrak{M}_s[u(M); r] = [(\nu+2)\lambda^2 - \nu]\,u(M) + \nu \mathfrak{M}_p[u(M); \lambda r],$$

quel que soit λ. En particulier, pour $\lambda = \lambda_0 = \sqrt{\nu/\nu+2}$ ce théorème prend la forme

$$(3'')\qquad \mathfrak{M}_s[u(M); r] = \mathfrak{M}_p[u(M); \lambda_0 r],$$

qui montre que si $\mathfrak{M}_s[u(M); R] = 0$, alors $u(P)$ s'annule sur l'hypersphère de rayon $\lambda_0 R$. Pour $\nu = 1$, on en déduit de la relation $\mathfrak{M}_p[u(x), R/\sqrt{3}] = 0$ que les polynomes de degré $\leqq 3$ admettent le coefficient de contraction $1/\sqrt{3}$, résultat dû à M. D. Pompeiu.

c. $k_1 + k_2 = 1$; $\lambda^2 k^2 = \nu/\nu + 2$; $\lambda^4 k_2 = \nu/\nu + 4$. Si les trois constantes satisfont à ces relations, la solution la plus générale de (3) est donnée par

---

[1] N. CIORANESCO, *Sur quelques valeurs moyennes des fonctions et leurs applications* (*Bulletin mathém. de la Soc. roumaine des Sc.*, 2e série, 31, 1929, p. 175).

les solutions de l'équation $\Delta^{(3)}u = 0$. Les fonctions triharmoniques satisfont au théorème de moyenne :

$$(3'')\quad (\nu+2)^2\mathfrak{M}_s[u(M);r] = 4u(M) + \nu(\nu+4)\mathfrak{M}_p[u(M);\lambda_1 r] \quad \text{avec } \lambda_1 = \sqrt{\frac{\nu+2}{\nu+4}}.$$

On déduit facilement de cette relation que le coefficient de contraction pour les fonctions triharmoniques est $\sqrt{\nu+2/\nu+4}$.

3. Si l'on cherche les solutions analytiques de l'équation fonctionnelle plus générale :

$$(4)\qquad \mathfrak{M}_s[u(M);r] = k_1 u(M) + k_2\mathfrak{M}_p[u(M);\lambda r] + k_3\mathfrak{M}_p[u(M);\mu r],$$

on arrive aux résultats suivants :

a. $k_1 = 0$. On peut disposer des constantes k_2, k_3, λ, μ de manière que la solution la plus générale de l'équation (4) soit formée par les fonctions satisfaisant à $\Delta^{(4)}u = 0$. Les valeurs trouvées pour les constantes k_2, k_3 sont positives et celles de λ, μ sont

$$\lambda^2,\ \mu^2 = \frac{(\nu+2)(\nu+4) \pm 2\sqrt{2(\nu+2)(\nu+4)}}{(\nu+4)(\nu+6)},$$

ce qui donne immédiatement le coefficient de contraction pour ces fonctions.

b. On peut disposer des cinq constantes de manière que la solution la plus générale soit une fonction vérifiant $\Delta^{(5)}u = 0$. Les valeurs des constantes k_i sont positives, ce qui permet de déduire que le coefficient de contraction pour ces fonctions est

$$\theta_5^{\nu} = \sqrt{\frac{(\nu+4)(\nu+6) + 2\sqrt{2(\nu+4)(\nu+6)}}{(\nu+6)(\nu+8)}}.$$

Pour $\nu = 1$, on retrouve les coefficients de contraction donnés par M. P. Montel.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur une propriété des polynomes trigonométriques*. Note (¹) de M. **L. Tchakaloff**, transmise par M. Émile Borel.

Envisageons l'ensemble $\mathcal{E}_m$ des polynomes trigonométriques réels d'ordre $\leq m$,

$$f(x) = a_1\cos x + b_1\sin x + a_2\cos 2x + b_2\sin 2x + \ldots + a_m\cos mx + b_m\sin mx,$$

---

[1] Séance du 25 juillet 1932.

ne possédant pas de terme constant. Nous allons établir la proposition suivante :

Un polynome de l'ensemble $\mathcal{E}_m$ s'annule au moins une fois dans tout intervalle de longueur $2m\pi/m+1$; au contraire, à tout intervalle de longueur plus petite que $2m\pi/m+1$ correspond un polynome de l'ensemble $\mathcal{E}_m$ qui ne s'annule pas dans cet intervalle.

Évidemment il suffit de démontrer la proposition pour les intervalles dont le milieu coïncide avec le point $x=\pi$, puisque les polynomes de l'ensemble $\mathcal{E}_m$ ont la propriété de se reproduire par un changement de variable de la forme $x=x'+\alpha$.

1. Posons pour abréger

$$\alpha_k=\frac{(2k-1)\pi}{m+1} \qquad (k=1, 2, \ldots, m+1),$$

et considérons la somme

$$(1) \qquad \varphi(x)=\sum_{k=1}^{m+1} f(\alpha_k)\frac{1+\cos(m+1)x}{1-\cos(x-\alpha_k)}-(m+1)^2 f(x),$$

où $f(x)$ désigne un polynome trigonométrique quelconque d'ordre $\leqq m$. Je dis que $\varphi(x)$ représente un polynome de l'ensemble $\mathcal{E}_m$. Dans ce but je fais d'abord remarquer que

$$\frac{1+\cos(m+1)x}{1-\cos(x-\alpha_k)}=\frac{1-\cos(m+1)(x-\alpha_k)}{1-\cos(x-\alpha_k)}$$

représente un polynome trigonométrique d'ordre m qui s'annule pour tous les α_r, sauf pour $x=\alpha_k$ où le polynome prend la valeur $(m+1)^2$. Il s'ensuit que $\varphi(x)$ est un polynome trigonométrique d'ordre $\leqq m$, qui s'annule aux $m+1$ points $x=\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_{m+1}$. En passant à la variable $u=e^{ix}$, $\varphi(x)$ se transforme en une fonction rationnelle de la forme $u^{-m}\mathrm{P}(u)$, où $\mathrm{P}(u)$ désigne un polynome algébrique de degré $\leqq 2m$ qui s'annule aux $m+1$ points $u=e^{i\alpha_k}$ $(k=1, \ldots, m+1)$. On a donc

$$(2) \qquad \begin{aligned} \mathrm{P}(u)&=(u^{m+1}+1)(c_0+c_1u+\ldots+c_{m-1}u^{m-1}),\\ \varphi(x)&=(u^{m+1}+1)(c_0u^{-m}+c_1u^{-m+1}+\ldots+c_{m-1}u^{-1}),\end{aligned}$$

et la dernière forme de $\varphi(x)$ met bien en évidence que la seconde partie de (2) n'a pas de terme indépendant de $u=e^{ix}$, ce qu'il fallait démontrer.

Supposons maintenant que $f(x)$ appartient à l'ensemble $\mathcal{E}_m$ et inté-

grons (1) de 0 à 2π. On obtient

$$\sum_{k=1}^{m+1} f(\alpha_k) \int_0^{2\pi} \frac{1+\cos(m+1)x}{1-\cos(x-\alpha_k)} dx = 0.$$

Si les $m+1$ quantités réelles $f(\alpha_k)$ ne sont pas toutes nulles, la dernière équation montre que, parmi ces quantités, il y en a deux de signes contraires. Le polynome $f(x)$ s'annule donc au moins une fois dans l'intervalle (α_1, α_{m+1}) dont la longueur est $2m\pi/m+1$. Pour $m>1$, on peut même affirmer que, si $f(x)$ n'est pas identiquement nul, il possède au moins un zéro d'ordre impair à l'intérieur du même intervalle.

2. Soit $[\pi/(m+1)+\delta, (2m+1)\pi/(m+1)-\delta]$ un intervalle de longueur $< 2m\pi/m+1$. Je dis qu'on peut trouver un nombre positif ε et un nombre correspondant $\alpha=\alpha(\varepsilon)$, de sorte que le cosinus polynome d'ordre m

$$g(x) = (\cos x - \alpha) \left\{ \varepsilon + \frac{1+\cos(m+1)x}{\left(\cos x - \cos \frac{\pi}{m+1}\right)^2} \right\}$$

ne possède pas de terme constant et ne devienne pas nul dans cet intervalle. En tenant compte du fait que le polynome trigonométrique

$$\frac{1+\cos(m+1)x}{\cos x - \cos \frac{\pi}{m+1}}$$

appartient à $\mathcal{E}_m$, la condition $\int_0^{2\pi} g(x)\,dx = 0$ nous donne, après quelques réductions faciles, l'équation linéaire par rapport à α :

$$\left(\cos \frac{\pi}{m+1} - \alpha\right) \int_0^{2\pi} \frac{1+\cos(m+1)x}{\left(\cos x - \cos \frac{\pi}{m+1}\right)^2} dx - 2\pi\alpha\varepsilon = 0.$$

On en déduit immédiatement que α tend vers $\cos\pi/m+1$ pour $\varepsilon \to 0$ et que, ε étant suffisamment petit, $\cos x - \alpha$ ne peut pas s'annuler dans l'intervalle $[\pi/(m+1)+\delta, (2m+1)\pi/(m+1)-\delta]$.

3. On peut énoncer le résultat ci-dessus sous la forme suivante :

Un polynome trigonométrique d'ordre $m>1$, et à coefficients réels, ne peut pas représenter une fonction monotone dans un intervalle de longueur $\geqq 2m\pi/m+1$. En effet, dans le cas contraire, la dérivée d'un tel polynome ne pourrait pas avoir un zéro d'ordre impair dans le même intervalle.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur le groupe d'automorphie de certaines fonctions entières.* Note de M. **F. Marty**, présentée par M. Hadamard.

Je me propose de construire des fonctions entières dont le groupe d'automorphie se compose uniquement de fonctions algébriques cycliques ([1]). D'une manière plus précise, je montrerai que :

Théorème. — *Étant donnée la suite de polynomes*

$$P_0(z), \quad P_1(z), \quad \ldots, \quad P_n(z), \quad \ldots$$

et la suite des polynomes

$$\Pi_1(z) = P_1[P_1(z)],$$
$$\Pi_2(z) = P_2[\Pi_1(z)],$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots,$$
$$\Pi_n(z) = P_n[\Pi_n(z)],$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots,$$

si la suite des polynomes $\Pi_n(z)$ *converge uniformément dans tout le plan vers une fonction entière* $\Pi(z)$, *la fonction* Π *admet uniquement pour fonctions d'automorphie les fonctions d'automorphie des* Π_n.

Il est d'ailleurs facile de construire des suites Π_n convergentes. Prenons, par exemple,

$$P_n(z) = z + \lambda_n z^2,$$

les λ_n étant des nombres positifs à déterminer ultérieurement.

Le polynome Π_n a pour degré 2^{n+1} ; il commence par z ; le coefficient $a^{(p)}_{n+1}$ du terme en z^p dans Π_{n+1} est de la forme

$$a^{(p)}_{n+1} = a^{(p)}_n + \lambda_{n+1}\,\varpi^{(p)}_{n+1}(\lambda_0, \lambda_1, \ldots, \lambda_n),$$

où les $\varpi^{(p)}_{n+1}$ sont des polynomes en λ_i à coefficients positifs. Si la suite des λ est telle que la série de terme général

$$u^{(p)}_{n+1} = \lambda_{n+1}\,\varpi^{(p)}_{n+1}(\lambda_0, \lambda_1, \lambda_n)$$

soit convergente, on ne modifie pas la convergence de cette série en diminuant les modules de certains des nombres λ. Nous pourrons donc déter-

([1]) Cf. F. Marty, *Sur l'itération de certaines fonctions algébriques* (*Comptes rendus*, **193**, 1931, p. 1317. Voir aussi T. Shimizu, *On the Fundamental Domains* (*Jap. Journ. of Math.*, 8, 1931, p. 175).

miner une suite de λ positifs tels que toutes ces séries soient convergentes et aient une somme non nulle. La suite des Π_n convergera donc formellement vers un développement de Mac Laurin de la forme

$$z + \alpha_2 z^2 + a_3 z^3 + \ldots,$$

les a_i étant des nombres positifs.

Supposons que ce développement ne représente pas une fonction entière et soit

$$f(z) = z^l + b_2 z^2 + b_n z^n + \ldots$$

une fonction entière à coefficients positifs. Il est possible de multiplier chaque λ_i par un facteur positif inférieur à l'unité tel que le développement limite des Π_n ait ses coefficients inférieurs aux coefficients de $f(z)$. En effet a_n est la somme d'une série à termes tous positifs dont les termes sont des monomes en λ_i. Mais si n est supérieur à 2^{p+1}, tous ces monomes ont en facteur un λ_i au moins d'indice supérieur à λ_p. En multipliant tous les λ_i d'indice supérieur à p par un ε convenable, on peut donc réaliser les inégalités en nombre fini :

$$a_n < b_n \qquad \text{avec} \qquad 2^{p+1} \leqq n \leqq 2^{p+2}.$$

Les $p+1$ premiers λ_i étant ainsi déterminés, on diminuera les suivants pour réaliser les inégalités

$$a_n < b_n \qquad \text{avec} \qquad 2^{p+2} \leqq n \leqq 2^{p+3},$$

et ainsi de suite.

Nous pouvons donc supposer que les Π_n convergent formellement vers le développement de Mac Laurin d'une fonction entière $f(z)$ qui les majore. Les Π_n convergent alors uniformément vers la fonction entière $\Pi(z)$.

Soient z_1 et z_2 deux points tels que l'on ait

$$\Pi_n(z_2) = \Pi_n(z_1),$$

on en déduit, quel que soit p :

$$\Pi_{n+p}(z_2) = \Pi_{n+p}(z_1),$$

donc à la limite

$$\Pi(z_2) = \Pi(z_1).$$

Réciproquement, soient z_2 et z_1 deux points tels que l'on ait

$$\Pi(z_2) = \Pi(z_1).$$

Traçons un petit cercle (γ) de centre z_2 et de rayon ρ dans lequel $\Pi(z)$

ne reprend pas la valeur $\Pi(z_2)$. Si ε est assez petit et si l'on a $n > N(\varepsilon)$, $\Pi_n(z)$ prendra dans (γ) toute valeur différant de moins de ε de $\Pi(z)$. Si $n > N_1(\varepsilon)$, on a

$$|\Pi(z) - \Pi_n(z_1)| < \varepsilon.$$

Si donc $n > \text{Max}[N(\varepsilon), N_1(\varepsilon)]$, il existe dans (γ) un point z'_2 tel que

$$\Pi_n(z'_2) = \Pi_n(z_1).$$

Donc on a

$$\Pi(z'_2) = \Pi(z_1)$$

et par suite

$$z'_2 = z_2.$$

Le groupe d'automorphie de Π se compose donc bien exclusivement des fonctions d'automorphie de Π_n. Les fonctions Π de cette classe ont d'ailleurs une série de propriétés curieuses sur lesquelles je reviendrai dans un Mémoire ultérieur.

OPTIQUE. — *Sur l'effet Raman dans les solutions salines.* Note (¹) de MM. A. Silveira et E. Bauer, présentée par M. Jean Perrin.

Dans une Note antérieure (²) l'un de nous a signalé deux raies Raman nouvelles qui s'observent dans les solutions saturées de $MgCl^2$ et de $Mg(NO^3)^2$. Nous avons continué à nous servir de la méthode indiquée dans cette Note pour l'étude d'autres solutions et voici les résultats obtenus jusqu'à présent exprimés en nombre d'ondes par centimètre :

$MgCl^2$	–	376	(Bde. de 350 à 785 cm⁻¹)					–	1652	–	
$CaCl^2$	–	–	–	–	–	–	–	–	1651	–	
$SrCl^2$	–	–	–	–	–	–	–	–	1650	–	–
$CdCl^2$	243	–	–	–	–	–	–	–	1648	–	–
$LiCl$	–	–	–	–	–	–	–	–	1658	1762	1811
HCl	–	–	–	–	–	–	–	–	1652	–	–
$Mg(ClO^3)^2$	–	376?	533	604	–	930	–	–	?	–	–
$Mg(NO^3)^2$	–	376	(Bde.)	–	717	–	1052	1346–1427	1655	–	1811
$Ca(NO^3)^2$	–	–	–	–	717–742	–	1052	1346–1439	1659	–	1811
H^2O				–	–				1650		

1° Il résulte avec évidence de notre tableau que la fréquence

(¹) Séance du 25 juillet 1932.

(²) A. Silveira, *Comptes rendus*, **194**, 1932, p. 1336.

$\Delta\nu \sim 1654$ cm^{-1} ne peut pas être attribuée à la formation d'hydrates d'ions de structure moléculaire définie. D'ailleurs, en faisant une pose de 75 heures au lieu de 24 heures, nous avons pu obtenir dans de l'eau pure des traces d'une bande dans la même région.

Dans $MgCl^2$ le microphotomètre a montré (*fig.* 2) que cette fréquence

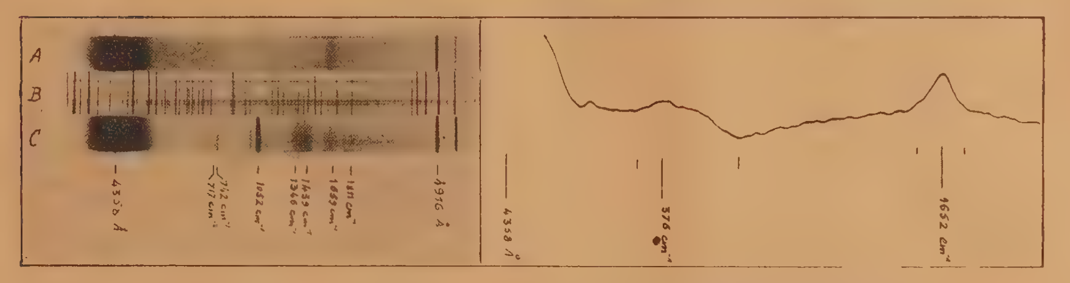


Fig. 1. — A : $MgCl^2$; B : fer; C : $Mg(NO^3)^2$.

Fig. 2. — Microphotogramme du $MgCl^2$.

est triple avec un maximum central très net et deux maxima secondaires symétriquement placés à environ 2,5 Å du centre. Cette structure ressemble beaucoup à celle de la bande infrarouge de l'eau de 6,26 μ (1600 cm^{-1}). Dans les autres chlorures, l'aspect est plutôt celui d'une bande diffuse moins intense couvrant sensiblement le même intervalle ($\leq$ 10 Å = 46 cm^{-1}). Dans les nitrates étudiés cette fréquence est un peu plus grande $\Delta\nu \sim 1657$ cm^{-1} et plus étroite.

D'après cet ensemble de faits, il paraît raisonnable de la considérer comme une fréquence de la molécule d'eau qui, pour des raisons de symétrie, serait très peu active dans l'effet Raman du liquide pur, mais dont l'activité serait exaltée par le champ électrostatique des cations. Elle correspondrait à la fréquence d'absorption infrarouge de 1600 cm^{-1}.

Il est facile d'imaginer un mécanisme, analogue à celui de l'effet Stark, expliquant le renforcement de cette fréquence; nous le préciserons ailleurs dans un article d'ensemble.

Nous avons constaté, sans pouvoir faire de photométrie précise, par suite de l'altération rapide de la quinine, que la fréquence $\Delta\nu \sim 1654$ cm^{-1} et ses compagnes, lorsqu'elles existent, diminuent rapidement l'intensité et s'élargissent quand la dilution augmente. Une élévation de température jusqu'à 70° C. ne semble pas les modifier sensiblement. Leur absence ou leur faible intensité dans $Mg(ClO^3)^2$ semble être un fait particulier au chlorate. Quant à la fréquence $\Delta\nu = 243$ cm^{-1} des solutions de $CdCl^2$, elle

paraît bien manifester l'existence de molécules non dissociées où d'ions complexes du type $CdCl^3$. Pour les fréquences $\Delta\nu = 1811\,cm^{-1}$ et la raie très fine et très faible $\Delta\nu = 1762\,cm^{-1}$, nous n'avons pas d'explication pour le moment. Nous réservons également l'interprétation de la raie $\Delta\nu = 376\,cm^{-1}$ de sels de Mg. Pourtant on remarquera sur le spectre de $MgCl^2$ et sur le microphotogramme une large bande voisine de cette raie, qui s'étend vers la droite, paraît double et couvre une étendue d'environ 85 Å. Peut-être cet ensemble est-il le spectre d'hydrate de l'ion Mg^{++} qui formerait un édifice purement statistique.

2° Les raies des nitrates et du chlorate sont connues sauf $\Delta\nu = 1811\,cm^{-1}$, mais on n'avait jamais observé le dédoublement, tout à fait net, des deux fréquences dégénérées de l'ion NO^{3-}. Cette dégénérescence est détruite en solution des sels de Ca et Mg, des premiers surtout (*fig.* 1). L'ion NO^{3-} perd sa symétrie parfaite, ce qui paraît dû à une perturbation par les molécules d'eau, mais le cation semble jouer un rôle. Un fait analogue a été signalé pour l'ion CO^{3-} *dans le spectre d'absorption infrarouge* de certains carbonates ([1]).

3° Nos observations permettent de donner une interprétation partielle des résultats de Gerlach sur les changements de la bande de l'eau par l'addition de sels ([2]). Nous avons fait d'ailleurs des expériences sans filtre pour confirmer notre interprétation : dans les chlorures, on peut dire que la bande de l'eau devient simple, comme l'a indiqué Gerlach pour LiCl et $CaCl^2$; la raie nouvelle $\Delta\nu \sim 1654\ cm^{-1}$ des chlorures coïncide avec le maximum de la bande de l'eau excitée par 4046 Å et produit un accroissement apparent de son intensité. Dans $CdCl^2$ notre bande étant plus faible, l'intensité du maximum reste constante. Dans les nitrates, nous trouvons comme Gerlach un fort déplacement vers le rouge du maximum $3415\ cm^{-1}$ de la bande de l'eau, mais le maximum secondaire qu'il a observé à 10 Å du premier (nous trouvons 15 Å environ) n'est pas autre chose que la fréquence $\Delta\nu \sim 1654\ cm^{-1}$, qui n'a aucun rapport avec la bande $\Delta\nu = 3415\ cm^{-1}$. Quant au déplacement vers le rouge il paraît dû à un couplage particulier entre l'ion NO^{3-} et les molécules H^2O qui, ainsi que nous l'avons vu, serait également responsable du dédoublement des raies dégénérées de NO^{3-}.

([1]) Cf. Placzek, *Leipziger Vorträge*, 1931, p. 103.

([2]) W. Gerlach, *Zeit. f. Phys.*, 31, 1930, p. 695.

OPTIQUE APPLIQUÉE. — *Dispositif sensitométrique à lentille cylindrique et diaphragme profilé*. Note (1) de MM. **Duffieux** et **Léon Grillet**, présentée par M. Ch. Fabry.

Plusieurs auteurs (Callier, *Congrès international de Photographie de Bruxelles*, 1910, p. 44; *Photo-Journal*, 1914, p. 248; Oran. H. Miller, *Science et Industrie photographique*, 2e série, 1932, p. 81) ont décrit des dispositifs sensitométriques comportant une ou plusieurs lentilles cylindriques et un diaphragme profilé. Ces systèmes optiques sont généralement utilisés comme condenseurs projetant sur la fente d'un spectrographe des plages dont les éclairements sont dans des rapports connus. Le montage que nous décrivons permet d'adapter rapidement la plupart des spectrographes à des mesures de sensitométrie ou de spectrophotométrie photographique par simple addition d'un diaphragme profilé et d'une lentille cylindrique convergente.

Le diaphragme profilé est placé entre le système dispersif et l'objectif de la chambre photographique. La lentille cylindrique est disposée à l'intérieur de la chambre photographique, entre l'objectif et la plaque. Ses génératrices sont orientées perpendiculairement à l'arête du prisme et aux raies spectrales. Si l'on considère les rayons lumineux contenus dans des plans perpendiculaires aux génératrices, la lentille cylindrique projette sur la plaque photographique l'image du diaphragme profilé. L'addition du diaphragme profilé et de la lentille cylindrique modifie uniquement la longueur des raies et la répartition du flux lumineux le long des raies. La longueur des raies ne dépend que de la hauteur du diaphragme profilé et de la convergence de la lentille cylindrique. L'éclairement en un point d'une raie est proportionnel à la largeur du diaphragme mesurée le long de la droite conjuguée de ce point à travers la lentille cylindrique.

Un calcul simple montre que, dans le cas où le collimateur du spectrographe est achromatique et où l'objectif de la chambre et la lentille cylindrique sont de même type, cette dernière doit être placée parallèlement à la plaque. La lentille cylindrique ne donnant plus de bonnes images dès que son inclinaison sur les faisceaux dépasse quelques degrés, le dispositif décrit ne peut être utilisé qu'avec un spectrographe à spectre perpendicu-

(1) Séance du 6 juin 1932.

laire à l'axe optique, ou faiblement incliné. La lentille cylindrique peut alors être une lentille simple.

Nous avons réalisé ce montage sur un spectrographe composé d'un collimateur à miroir, de deux prismes de quartz et d'un objectif de 140^{cm} de foyer. L'interposition de la lentille cylindrique altère un peu la finesse des raies. Sauf le cas de lentilles cylindriques de taille excellente, ce montage n'est évidemment acceptable que si l'on peut donner à la fente une largeur notable. Nous utilisons un diaphragme de forme classique présentant une série de gradins rectangulaires de largeurs croissantes dont le plus étroit a $1^{mm},5$. En une seule pose la plaque enregistre une série de spectres dont les éclairements croissent en première approximation comme les largeurs des gradins.

Ce dispositif sensitométrique nous paraît présenter certains avantages.

1° La proximité du diaphragme et des prismes permet d'effectuer avec une précision suffisante les corrections que rendent nécessaires les différences dans l'absorption subie par les rayons ayant traversé des épaisseurs inégales de la substance des prismes.

2° La longueur est indépendante de la hauteur de la fente du spectrographe, mais l'éclairement en chacun des points d'une raie reste proportionnel au flux lumineux total à travers la fente. En plaçant devant elle un écran absorbant, ou en réduisant par une cache sa hauteur utile, on peut diminuer l'éclairement général du spectre tout en respectant dans chacune des raies les rapports d'éclairement des plages photométriques. Dans le cas où l'éclairement de la fente est uniforme, l'emploi d'un diaphragme fournit un procédé supplémentaire précis et non sélectif de réduction des éclairements dans un rapport connu.

3° Notre dispositif permet l'enregistrement simultané sur une même plaque de plusieurs spectres gradués ou non gradués. En effet, son emploi correct exige que le système dispersif reçoive un éclairement uniforme. Le montage optique complet comprend donc obligatoirement en avant de la fente :

— Un condenseur projetant sur la fente l'image de la source;

— Une lentille de champ placée sur la fente et conjuguant le diaphragme profilé et la pupille du condenseur.

Lorsque l'appareil dispersif possède une ouverture suffisante, il est possible de superposer devant elle plusieurs diaphragmes profilés ou rectangulaires. Chacun d'eux correspond à une aire déterminée du condenseur. Pour enregistrer simultanément plusieurs spectres provenant de sources diffé-

rentes, il suffit de placer derrière le condenseur des prismes à réflexion totale permettant la projection simultanée sur la fente des sources à comparer.

Il n'est pas nécessaire que les images de ces sources soient superposées : elles peuvent se former isolément en des points quelconques de la fente. Il est alors possible de réduire les flux lumineux utiles de chacune d'elles suivant les lois connues différentes. Cette particularité présente des avantages en spectrophotométrie photographique, car elle permet facilement les graduations par poses égales et simultanées même dans le cas de sources d'éclats très différents.

PHOTOCHIMIE. — *Sur l'oxydation photochimique des solutions aqueuses d'ammoniaque*. Note [1] de M. **Léon Gion**, transmise par M. Le Chatelier.

L'oxydation photochimique de l'ammoniaque a déjà fait l'objet d'études qualitatives. Berthelot et Gaudechon [2] ont établi qu'il se forme du nitrite d'ammonium [3] et pas de nitrate; ils ont signalé de plus que le nitrite d'ammonium se décompose photochimiquement. Je me suis proposé de reprendre cette étude dans le but de préciser l'ordre de grandeur des phénomènes.

Toutes les expériences ont été conduites dans les conditions suivantes : 50^{cm^3} de solution ammoniacale à 4 pour 100 étaient placés dans un ballon de quartz à 20^{cm} d'une lampe à vapeur de mercure sous 220 volts (température 40°). Les dosages ont été faits simultanément au permanganate de potassium (précision 5 pour 100) et par colorimétrie (méthode de Griess).

Les résultats obtenus sont les suivants :

Nombre d'heures.........	1	18	25	42	47	66
mg au litre N^2O^3	0	22	28	34	34	34

(Moyennes de 5 dosages.)

Il existe donc une limite à la concentration en nitrite d'ammonium. Or ce dernier se décompose lui-même photochimiquement. Les expériences quantitatives suivantes le prouvent nettement :

---

(1) Séance du 1er août 1932.

(2) *Comptes rendus*, 152, 1911, p. 522.

(3) Il est difficile de distinguer de petites quantités de nitrite et d'hydroxylamine. Un doute subsiste sur ce point.

Nature du récipient.	Titre avant exposition.	Titre après exposition (50 heures) observé par dosage MnO^4K.	calculé d'après la mesure du dégagement d'azote.
Quartz	0,033	0,019	0,020
Pyrex	0,086	0,078	0,077
Verre	0,105	0,082	0,080

Alors que l'oxydation de l'ammoniaque ne se produit que dans le quartz, la décomposition du nitrite se fait sous l'action de la majeure partie des radiations de la lampe à mercure. Ces résultats expliquent l'arrêt apparent de l'oxydation.

Je me suis proposé d'étudier le mécanisme de cette oxydation. Il n'y a pas lieu d'envisager la production éventuelle d'eau oxygénée par photolyse de l'eau ([1]). En effet, des solutions ammoniacales éclairées en l'absence d'oxygène ne s'oxydent pas. L'hypothèse la plus simple, et que plusieurs faits justifient, consiste à admettre la formation photochimique d'ozone dans l'atmosphère des récipients. On peut en effet oxyder de l'ammoniaque non éclairée par de l'oxygène éclairé dans un ballon de quartz refroidi. De plus, si l'on expose quelques secondes à l'ultraviolet un ballon de quartz refroidi contenant de l'air et quelques centimètres cubes de solution ammoniacale on voit se former dans l'atmosphère du ballon des fumées blanches tout à fait comparables aux fumées qu'on observe en faisant arriver de l'oxygène ozonisé par la lampe à ultraviolet dans un récipient non éclairé contenant des vapeurs ammoniacales. Si l'on continue à éclairer, ces fumées disparaissent, mais si l'on agite le ballon après avoir masqué la source d'ultraviolet, elles réapparaissent.

On peut supposer que la lumière détruit au bout d'un certain temps les fumées formées et que l'ozone restant dans le ballon est capable d'oxyder une nouvelle quantité de vapeur ammoniacale par simple réaction chimique. Si l'on entraîne ces fumées par un courant d'ammoniaque pour les dissoudre dans l'eau pure, on peut déceler dans cette eau la présence de nitrite ([2]).

L'action de la température confirme l'hypothèse d'une ozonisation de l'oxygène, car l'oxydation de l'ammoniaque est plus poussée si l'on abaisse

---

([1]) A. TIAN, *Thèse de Doctorat*, Barlatier, Marseille, 1915.

([2]) La lumière ultraviolette transforme les nitrates en nitrites (M. LOMBARD, *Comptes rendus*, **150**, 1910, p. 227-229), il ne peut donc se faire de nitrate en présence de lumière.

la température (50^cms de solution ammoniacale à 4 pour 100, exposés 90 heures à 15°, contiennent 49^mg au litre de N^2O^3, et, à 40°, contiennent 32^mg au litre de N^2O^3).

Enfin Gopala Rao et Dhar ([1]) ont remarqué que l'oxyde de zinc et l'oxyde de titane sont de bons sensibilisateurs pour l'oxydation photochimique de l'ammoniaque; de fait, en opérant dans les mêmes conditions que pour les expériences précédentes, et en ajoutant 2^g de sensibilisateur, j'ai obtenu les résultats suivants :

Avec l'oxyde de zinc en	15 heures	71,5^mg N^2O^3 au litre
»	39 heures	154,0 »
Avec l'oxyde de titane,	15 heures	96,0 »

(Moyennes de 5 dosages.)

Or Winther ([2]) a précisément montré que l'oxyde de zinc sensibilise la transformation d'oxygène en ozone.

CHIMIE GÉNÉRALE. — *Sur le sulfate double d'aluminium et de sodium.* Note ([3]) de MM. **Astruc** et **Mousseron**, transmise par M. Delépine.

L'existence de l'alun de sodium a été souvent niée par divers auteurs; nous nous sommes attachés dans cette étude à montrer que ce sel double prenait naissance et demeurait stable dans des conditions bien définies.

L'alun de sodium est préparé selon le procédé de G. Mousseron, exposé par Augé ([4]), en mélangeant des quantités équimoléculaires de sulfate d'aluminium et de sulfate de sodium et abandonnant à cristallisation à 15° la solution suffisamment concentrée (40° B^é à l'ébullition). Le sulfate double d'aluminium et de sodium peut se scinder selon la réaction :

$$(SO^4)^3Al^2, SO^4Na^2, 24H^2O + 4H^2O \rightleftharpoons (SO^4)^3Al^2, 18H^2O + SO^4Na^2, 10H^2O.$$

Il nous a paru intéressant de déterminer le point de transition pour lequel on a en équilibre les corps constituants et le sel double, le système étant alors monovariant, en appliquant diverses méthodes.

I. *Examen dilatométrique d'un mélange équimoléculaire de sulfate d'aluminium et de sulfate de sodium.* — La transformation du mélange des deux

(1) *The chemical action of light*, Blackie and Son limited, London, Glasgow, 1931

(2) *Z. wiss. Phot.*, **21**, 1921, p. 45.

(3) Séance du 1er août 1932.

(4) *Comptes rendus*, **110**, 1890, p. 1139.

constituants en sel double, pouvant être accompagnée d'un changement d'état avec variation de volume, nous avons déterminé cette modification au moyen du dilatomètre, qui a marqué une transformation vers 10-11° : l'alun de sodium semble donc exister au-dessus de cette température.

II. *Étude des densités et des viscosités des solutions saturées d'alun de sodium à diverses températures.* — Voici les résultats obtenus :

T.....	5°.	10°.	12°.	15°.	25°.	35°.	38°.	39°.	40°.	45°.
d_{15}...	1,279	1,295	1,299	1,303	1,313	1,336	1,351	1,352	1,350	1,317
η_{15}...	0,104	0,111	0,114	0,120	0,142	0,177	0,217	0,272	0,270	0,155

D'après ces chiffres, nous voyons que la densité et la viscosité passent par un maximum situé à 39°, et qu'à partir de cette température elles décroissent rapidement. S'il est facile de trouver le point de transition de 39°, il est par contre plus difficile de saisir celui de 10-11°, cependant on le perçoit en traçant la courbe des densités.

III. *Variation de la composition des solutions saturées d'alun de sodium.* — L'examen dilatométrique et la détermination des densités et viscosités des solutions saturées nous ayant fourni deux points de transition, nous les avons vérifiés en établissant la composition des solutions saturées à diverses températures et exprimant les résultats en alun, Na^{+} et SO^{4--}.

T..........	0°.	5°.	10°.	12°.	18°.	35°.	38°.	40°.	45°.
Alun/SO^4....	2,77	2,71	2,58	2,41	2,40	2,39	2,41	2,43	2,55
Alun/Na.....	31,44	29,76	21,74	20,02	19,92	19,92	20,00	20,34	21,28

Dans l'alun normal, Alun/SO^4 = 2,38 et Alun/Na = 19,92.

Ces diverses valeurs prouvent que dans l'intervalle de température compris entre 11 et 39°, le sel double correspond à l'individualité chimique $(SO^4)^3Al^2, SO^4Na^2, 24H^2O$, tandis qu'au-dessous de 11° et au-dessus de 39° on ne possède qu'un mélange des constituants. Or nous savons qu'à partir de 32°,4, les solutions saturées de $SO^4Na^2, 10H^2O$ se décomposent en sulfate de sodium anhydre; nous pouvons donc établir les équations qui traduisent le phénomène de dissociation de l'alun de sodium :

$$(SO^4)^3Al^2, 18H^2O + SO^4Na^2, 10H^2O \xrightarrow{11°} (SO^4)^3Al^2, SO^4Na^2, 24H^2O + 4H^2O,$$

$$(SO^4)^3Al^2, SO^4Na^2, 24H^2O \xrightarrow{39°} (SO^4)^3Al^2, 18H^2O + SO^4Na^2 \text{ anhy.} + 6H^2O.$$

IV. *Isothermes de solubilité des mélanges de* $(SO^4)^3Al^2, 18H^2O$ *et* $SO^4Na^2, 10H^2O$. — Pour prouver nettement que le sulfate double d'aluminium et de sodium prend naissance dans un intervalle de température compris entre

11 et 39°, nous avons déterminé la solubilité de divers mélanges de sulfate d'aluminium et de sulfate de sodium cristallisés en calculant en fonction du pour-cent de sulfate d'aluminium, le nombre de grammes d'eau qui dissolvent 100g de mélange, Le tracé d'isothermes a été établi pour les températures de 5, 18, 42°, et pour des mélanges des deux sels contenant 100, 80, 70, ..., 0 pour 100 $(SO^4)^3Al^2, 18H^2O$.

$(SO^4)^3Al^2, 18H^2O$ pour 100.	Parties H^2O pour dissoudre 100g de mélange à		
	5°.	18°.	42° (1).
100	108,6	96,7	58,8
80	117,4	109	79,4
70	127,5	126,8	98,5
60	136,8	123,2	112
50	149,6	127,9	124,8
40	164,7	138,6	138,9
30	189	154,8	155
20	215,9	149,9	174,5
0	588	206,6	206,3

Ce tableau de nombres montre que les variations sont régulières pour les solubilités correspondant aux températures de 5 et 42°, tandis qu'il n'en est pas de même pour l'isotherme 18°; en effet, en portant en abscisses les $(SO^4)^3Al^2, 18H^2O$ pour 100 contenus dans les divers mélanges et en ordonnées le poids d'eau qui a dissous 100g du mélange, on voit s'interposer entre deux fragments de courbe appartenant l'un au sulfate d'aluminium, l'autre au sulfate de sodium, une troisième branche de courbe relative à un *sel double*.

L'existence de l'alun de sodium est donc nettement prouvée, mais il n'est un véritable sel double qu'entre 11 et 39°; au delà de ces deux températures de transition, on n'a plus un alun normal, mais un mélange de deux constituants en proportion non définie.

---

(1) Le sulfate de sodium étant anhydre à 42°, les résultats sont exprimés en SO^4Na^2 anhydre.

HYDROLOGIE. — *Régime des sels dissous dans les eaux des rivières de la région de Damas.* Note [1] de M. V. **Frolow**.

La salinité des eaux dans la région de Damas a été observée (*fig.* 1) à Hamé sur le Barada, à Oum Cheratite sur le Nahr el Aouadj et à Bétima sur le Cébarani, un des affluents de l'Aouadj. Les observations corres-

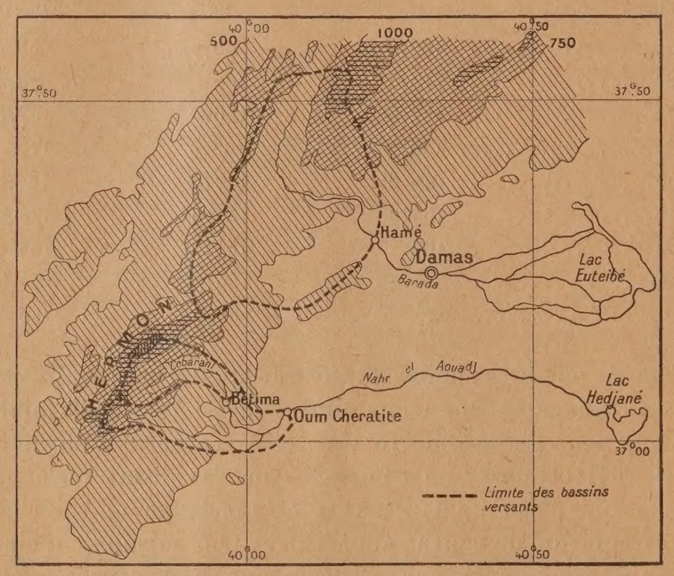


Fig. 1.

pondent aux périodes d'absence de ruissellement et se rapportent ainsi aux eaux souterraines. Elles donnent lieu aux graphiques (*fig.* 2) présentant les mêmes caractères généraux pour les trois cours d'eau. La proportion des sels dissous passe par un minimum au printemps, croît ensuite avec la température et atteint un maximum au début des pluies. L'eau du Barada est la moins chargée en sel et le Cébarani en a la teneur la plus forte.

Les minima des trois rivières sont différentes. Il y a donc différence entre les réserves les alimentant. A moins d'existence d'une séparation géologique non encore signalée et d'ailleurs peu probable, il faut admettre que la

(1) Séance du 25 juillet 1932.

discontinuité des réserves d'eau souterraine est due à la faiblesse générale des pluies.

Les observations révèlent l'existence d'une seule crue de salinité dans

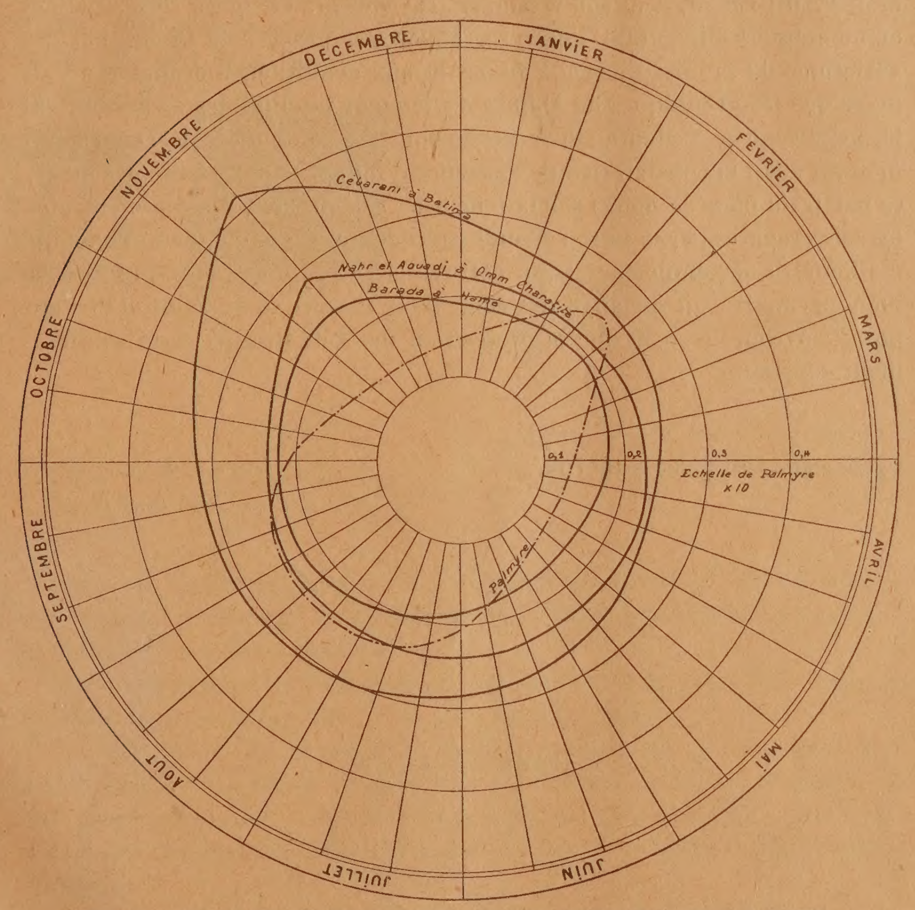


Fig. 2. — Régime des sels dissous dans les eaux des rivières de la région de Damas.

l'année, mais on doit noter qu'elle commence avant l'arrivée des pluies, à la même époque que la crue due à la température à Palmyre (*Comptes rendus*, 13 juin 1932). Les deux crues, thermique et pluviale, se chevauchent à Damas.

Par rapport à Palmyre, la crue pluviale a une avance. Le maximum dans la région de Damas se produit, pour les trois cours d'eau, vers le

20 novembre, tandis que les eaux souterraines de Palmyre l'accusent en février seulement. L'effet du drainage à Damas est donc plus rapidement sensible. Il faut en conclure que la perméabilité des massifs de l'Hermon et de l'Anti-Liban, dans son voisinage, est plus grande que celle des plaines et montagnes alimentant Palmyre. Mais c'est grâce à la séparation des variations de salinité dues aux pluies et aux conditions thermiques à Palmyre que les graphiques de Damas deviennent intelligibles et permettent la conclusion précédente sur la perméabilité. Les données de Damas permettent aussi la constatation de l'absence d'influence de la fonte des neiges (à partir du mois de mars) sur la teneur en sels dissous. La pluie entraîne les sels préparés par la saison chaude précédente. La neige, peu abondante d'ailleurs, s'accumule sur un sol nettoyé et sa fonte est assez progressive pour permettre un mélange des eaux de la réserve souterraine et de l'apport nouveau, en sorte que la proportion des sels dissous reste sensiblement constante.

La séance est levée à $15^h 10^m$.

A. Lx.